Конспект обобщающего урока по алгебре в 9 классе
по теме «Решение уравнений высших степеней».

Цели урока:

- Образовательные:

- привести в систему знания учащихся по теме «Решение уравнений третьей и четвёртой степеней»;
- повторить теорию решения уравнений;
- выработать умение определять вид уравнения;
- выбирать наиболее рациональные способы решения данного уравнения.

- Развивающие:

- развитие аналитического мышления;
- развитие умения производить классификацию фактов;
- выработка желания глубины проникновения в предмет.

- Воспитательные:

- воспитание потребности в знаниях;
- воспитание культуры общения.

Методическая цель урока-
реализация вариативной части учебного плана. Углубленное изучение математики.

Тип урока - урок обобщения и систематизации знаний.

Эпиграф к уроку:

> Большинство жизненных задач решаются как алгебраические уравнения: приведением их к самому простому виду.
> Л.Н.Толстой.
>
> или
>
> Уравнение представляет собой наиболее серьёзную и важную вещь в математике.
> О.Лодж.

Ход урока.

I. *Мотивация учебной деятельности* (постановка перед учащимися целей урока, сообщение плана урока).

II. *Актуализация опорных знаний*:
а) повторение теории решения уравнений:
- что называется уравнением?
- что значит решить уравнение?
- что называется корнем уравнения?
- какие виды уравнений вы знаете?
- способы решения уравнений?

Для работы можно использовать таблицу «Классификация уравнений» (*приложение 1*)
- какие уравнения относятся к целым, дробным, иррациональным?
- а уравнения с модулем, параметром к каким уравнениям можно отнести?

б) повторение методов решения уравнений:

- аналитический;

приёмы:

1) простейшие(приведение подобных слагаемых, раскрытие скобок, приведение дробей к общему знаменателю, перенос слагаемых из одной части уравнения в другую, решение квадратных уравнений по формуле, умножение (деление) обеих частей уравнения на одно и то же не равное нулю число).

Пример 1. $x(x-6)=x$
Решение: $x(x-6)=x \mid : x\neq 0$

$x-6=1$
$x=7$

Обосновать ошибку. Что произошло? Решить уравнение правильно.

Пример 2. $\sqrt{x+3}=-1$

Решение: $(\sqrt{x+3})^2=(-1)^2$
$x+3=1$
$x=-2$

Обосновать ошибку. Что произошло? Решить уравнение правильно.

2) разложение на множители (формулы сокращённого умножения, группировка, теорема Безу).
3) введение вспомогательной переменной (следует помнить об ОДЗ самого уравнения и ОДЗ новой переменной).
4) Нетрадиционные приёмы решения.
   - функционально-графический;
   - смешанный.

в) устная работа по группам.

Задание: классифицировать уравнения по виду и по способу решения

1. $\frac{3m}{5}=\frac{m}{4}$
2. $y^2-5y+6=0$
3. $(x-2)^2-2(x-2)-4=0$
4. $\sqrt{4x-5}+1=6$
5. $\frac{2x^2}{3x-5}=x$
6. Указать количество корней уравнения $2+|x|=a$
7. $x^3+3x^2-4x=0$
8. $(x-1)^2-x^2=4-3x$

III. *Решение уравнений 3 и 4 степени*, т.е. решение уравнений

$a_0x^4+a_1x^3+a_2x^2+a_3x+a_4=0$

$a_0x^3+a_1x^2+a_2x+a_3=0$

Исторический экскурс:

Вы знаете, что алгебра возникла в связи с решением разнообразных задач при помощи уравнений. XVи XVI столетия вошли в историю Европы под названием «эпоха Возрождения». Для неё характерен расцвет науки и культуры. В Европе появились компас, часы, порох, дешёвая бумага, книгопечатание. Развивалась промышленность, требующая технических усовершенствований и изобретений, появляются стимулы для развития науки. Расцвет науки происходит главным образом в Италии, Франции, Германии. Итальянские математики XVI в. сделали крупное математическое открытие. Они нашли формулы для решения уравнений 3 и 4 степеней. Николо Тарталья (ребёнок из очень бедной семьи, мать не могла платить за образование, поэтому мальчик в школе узнал только половину азбуки, всеми остальными знаниями он овладел самостоятельно). В 6 лет он получил удар мечом в гортань от французского воина и с тех пор говорил с трудом, отсюда и прозвище Тарталья (заика).Он вывел формулы для решения уравнений 3-ей степени, но своё открытие держал в тайне.

Джироламо Кардано (медик) занимался астрологией, составлял гороскопы. Кардано неоднократно обращался к Тарталье с просьбой сообщить ему формулу для решения кубических уравнений и обещал хранить её в секрете. Он не сдержал слово и опубликовал формулу, указав, что Тарталье принадлежит честь открытия «такого прекрасного и удивительного, превосходящего все таланты человеческого духа». Ученик Кардано Луиджи Феррари нашёл формулы для решения уравнений 4 степени.

Решение уравнений:

№ 1. $x^3-9x+x^2-9=0$

Способ решения данного уравнения - разложение на множители способом группировки.

$(x^3+x^2)-(9x+9)=0$

$x^2(x+1)-9(x+1)=0$

$(x+1)(x^2-9)=0$

$(x+1)(x-3)(x+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x-3=0 \\ x+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \\ x=-3 \end{array}\right.$ Ответ:-3;-1;3.

<u>№ 2</u>. $x^3-6x^2+11x-6=0$

Способ решения данного уравнения – разложение на множители с помощью теоремы Безу.

Один корень найдём подбором. Их следует искать среди делителей свободного члена данного многочлена ±1, ±2, ±3, ±6. Но т.к. сумма коэффициентов многочлена равна 0, то его корнем является 1.По теореме Безу (остаток от деления многочлена P(x) на двучлен (x-*a*) равен P(*a*). Если *a*- корень многочлена P(x), то многочлен делится на (x-*a*) без остатка). Разделим многочлен 3 степени на двучлен (x-1)

$$
\begin{array}{r|l}
x^3-6x^2+11x-6 & x-1 \\ \cline{2-2}
x^3-\ x^2\qquad\qquad & x^2-5x+6 \\ \hline
-5x^2+11x\quad & \\
-5x^2+\ 5x\quad & \\ \hline
6x-6 & \\
6x-6 & \\ \hline
0 &
\end{array}
$$

$x^3-6x^2+11x-6=(x-1)(x^2-5x+6)$

$(x-1)(x^2-5x+6)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x^2-5x+6=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$ Ответ:1,2,3.

<u>№ 3.</u> $x^4+5x^3+6x^2+5x+1=0$

(возвратное или симметричное уравнение – это уравнение, в котором коэффициенты, равностоящие от концов равны)

Способ решения данного уравнения – деление правой и левой частей уравнения на x^2.

Вопрос - почему это можно сделать? Не происходит ли потеря корня?

$x^2+5x+6+\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}=0$

$(x^2+\frac{1}{x^2})+5(x+\frac{1}{x})=0$

$x+\frac{1}{x}=y$ (ОДЗ для вспомогательной переменной?)

$x^2+\frac{1}{x^2}=(x+\frac{1}{x})^2-2=y^2-2$

$y^2-2+5y+6=0$

$y_1=-4$; $y_2=-1$

$x+\frac{1}{x}=-4$, $x=-2\pm\sqrt{3}$

$x+\frac{1}{x}=-1$, корней нет. Ответ: $-2-\sqrt{3}$; $-2+\sqrt{3}$.

<u>№ 4</u>. $x^5+6x^4+11x^3+11x^2+6x+1=0$

Возвратное уравнение нечётной степени имеет корень x=-1(применим теорему Безу), после деления многочлена, стоящего в левой части этого уравнения на двучлен (x+1) приводится к возвратному уравнению чётной степени. Решение можно заранее подготовить (на доске, показать через проектор) и в целях экономии времени не решать

$$
\begin{array}{l|l}
x^5+6x^4+11x^3+11x^2+6x+1 & x+1 \\ \cline{2-2}
\underline{x^5+\ x^4} & x^4+5x^3+6x^2+5x+1 \\
\quad 5x^4+11x^3 & \\
\quad \underline{5x^4+\ 5x^3} & \\
\qquad 6x^3+11x^2 & \\
\qquad \underline{6x^3+\ 6x^2} & \\
\qquad\quad 5x^2+6x & \\
\qquad\quad \underline{5x^2+5x} & \\
\qquad\qquad x+1 & \\
\qquad\qquad \underline{x+1} & \\
\qquad\qquad\ \ 0 &
\end{array}
$$

$(x+1)(x^4+5x^3+6x^2+5x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2+\sqrt{3} \\ x=-2-\sqrt{3} \end{array}\right.$ (см. предыдущий пример)

<u>№ 5</u>.$(x+1)(x+2)(x+4)(x+5)=40$

Уравнение сводится к квадратному, если сумма чисел любых двух скобок равна сумме чисел двух других скобок.

$(x^2+6x+5)(x^2+6x+8)=40$

$y=x^2+6x$

$(y+5)(y+8)=40$

$y^2+13y=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=-13 \end{array}\right.$

$x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-6 \end{array}\right.$ $\qquad$ $x^2+6x=-13$, корней нет, т.к. $D<0$

Ответ:-6, 0.

IV.*Домашнее задание*: $2x^3+8x-x^2-4=0$

$2x^3-12x^2+22x-12=0$

$6x^4-35x^3+62x^2-35x+6=0$

$(x+1)(x+2)(x+4)(x+3)=15$

V. *Подведение итогов урока*.

Список литературы:

1. М.И. Сканави «Сборник задач по математике для поступающих в ВУЗы», Москва «ОНИКС 21 век », «Мир и Образование», 2002.
2. В. М. Говоров, П.Т. Дыбов, Н.В. Мирошин, С.Ф. Смирнова «Сборник конкурсных задач по математике для поступающих в ВУЗы», Москва «ОНИКС 21 век », «Мир и Образование», 2003.
3. А.Г. Цыпкин, А.И. Пинский «Справочник по методам решения задач по математике», Москва «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1989.

Приложение 1

Классификация уравнений